

電気回路

2-1 直流回路

2-1-1 電圧と電流

第1章で扱ったのは静電気、すなわち動かない電気でしたが、電気回路では動く電気が対象になります。普通、単に電気といえばこの動電気のことを表します。

図2-1は直流回路の一例を示したもので、直流電源に負荷をつなぐと回路には電流が流れます。電流は直流電源のプラス(+)端子からマイナス(-)端子に向かって流れると定義されていますが、電気の本質である電子はマイナスの電気を持っており、導線の中では電子はマイナス(-)端子からプラス(+)端子に向かって移動します。

電池のような直流電源は電位差を作り出す起電力を持っており、二つの端子の間には図2-2のように電位差があります。そして、この電位差は電気的な一種の圧力とも考えられます。この圧力を電圧といい、単位として[V]で表します。実際の直流回路の働きは、電圧と電流、それに抵抗で考えます。

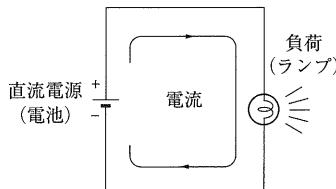


図2-1 直流回路

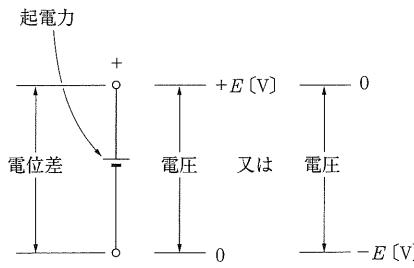


図2-2 起電力と電位差、電圧

2-1-2 オームの法則

図2-3は基本的な直流回路を示したもので、電圧 E [V]、電流 I [A]、抵抗 R [Ω] の間の関係を表したのがオームの法則です。

オームの法則はドイツのオームによって発見されたもので、

『導体に流れる電流は、その導体の両端に加えられた電圧に比例する』
というもので、

$$I = \frac{E}{R} \quad \dots\dots\dots 2-1$$

のように表されます。そして、この式は、

$$E = RI, R = \frac{E}{I}$$

のように書き直せます。

電圧の単位はV(ボルト)です。また、電流の単位はA(アンペア)ですが、 10^{-3} の補助単位を使ったmA(1A = 1000mA)がよく使われます。抵抗の単位は Ω (オーム)ですが、 10^3 の補助単位を使ったk Ω (1000 Ω = 1k Ω)がよく使われます。オームの法則を適用する場合には、補助単位を基本単位に直します。

抵抗に電流が流れると、図2-4に示したように抵抗に電力 P [W] が発生します。この電力は、

$$P = EI = I^2 R = \frac{E^2}{R} \quad \dots\dots\dots 2-2$$

で計算できます。

2-1-3 抵抗の直列接続と並列接続

抵抗を図2-5のように直列に接続すると、端子AB間の合成抵抗 R_s は、

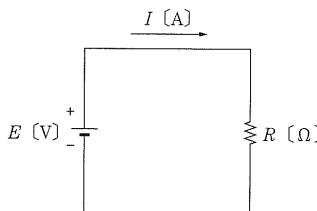


図2-3 基本的な直流回路

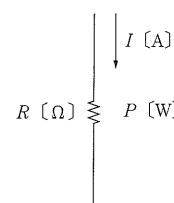


図2-4 抵抗に発生する電力

2-1 直流回路

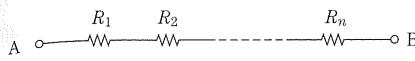


図 2-5 抵抗の直列接続

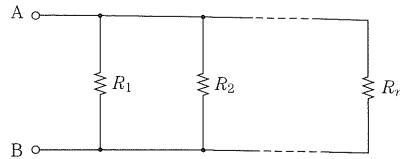
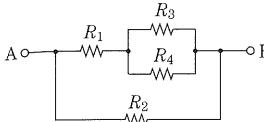
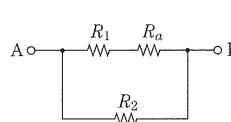


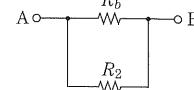
図 2-6 抵抗の並列接続



(a) 原回路



(b) R_3 と R_4 の合成抵抗
を R_a とする



(c) $R_b = R_1 + R_2$
とする

図 2-7 抵抗の直並列接続

$$R_S = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

..... 2-3

で計算できます。抵抗の直列接続の計算はこのようにそれぞれの抵抗値を足していくべきですが、抵抗値を表すのに補助単位が使われている場合には単位を揃えて（補助単位に揃えてもよい）計算しなくてはなりません。

抵抗の直列接続に比べると、抵抗の並列接続の合成抵抗を求めるのはちょっとやっかいです。抵抗を図 2-6 のように並列に接続すると、端子 AB 間の合成抵抗 R_P は、

$$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad \dots \dots \dots 2-4$$

で計算できます。なお、この式は

$$R_P = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}}$$

のようく表すこともできます。

実際に R_1 , R_2 と 2 本の抵抗が並列に接続されている場合の合成抵抗 R は

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$$

となります。

なお、抵抗の並列接続の計算をする場合にも、抵抗値を表すのに補助単位が使われている場合には単位を揃えて（補助単位に揃えてもよい）計算しなくては

なりません。

抵抗を直列や並列に接続した直並列接続の場合にも、式2-3と式2-4を使って順次計算すると合成抵抗を求めることができます。

図2-7はその一例を示したもので、図(a)の端子AB間の合成抵抗 R を求めるには、まず R_3 と R_4 の並列接続の合成抵抗 R_a を式2-4で求めて図(b)のように直します。続いて、図(b)において R_1 と R_a の直列接続の合成抵抗 R_b を式2-3で求めると、図(c)のようになります。最後に、図(c)の R_2 と R_b の並列接続の合成抵抗を式2-4で計算すれば、 R の値が得られます。

2-1-4 キルヒ霍ッフの法則

映像授業TryIT【高校物理】電磁気32-キルヒ霍ッフの法則(20)

比較的簡単な直流回路の計算はオームの法則で可能ですが、電源が二つ以上あるような、やや複雑な回路の計算には、キルヒ霍ッフの法則を使用すると便利です。キルヒ霍ッフの法則は、電流に関する第1法則と、電圧降下に関する第2法則の二つから成り立っています。

● 第1法則

キルヒ霍ッフの第1法則は、

『回路網の任意の接続点に流入する電流の代数和は零である。』
というものです。

図2-8(a)において、Pに流入する電流の代数和はゼロだというのですから、式で表すと、

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad \dots\dots\dots 2-5$$

ということです。

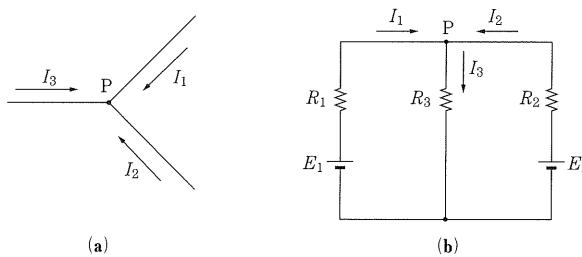


図2-8 キルヒhoffの第1法則

図2-8(b)は電源を二つ持った回路で、 I_1 と I_2 はPに流れ込む電流、 I_3 はPから流れ出す電流です。代数和では、流れ込む電流をプラス、流れ出す電流をマイナスとして考えるので、

$$I_1 + I_2 + (-I_3) = 0$$

となります。例えば、 $I_1 = 5\text{[A]}$ 、 $I_2 = 3\text{[A]}$ だったら、 $I_3 = -8\text{[A]}$ で、

$$5 + 3 + (-8) = 0$$

と第1法則が成り立ちます。

のことから、『回路網の任意の一点に流れ込む電流の和は、流れ出す電流の和に等しい。』と言い換えることもできます。

●第2法則

キルヒホッフの第2法則は、

『回路網中の任意の閉回路において、各部分の電圧降下の代数和は、その閉回路に含まれる起電力の代数和に等しい。』

というものです。ここで、電圧降下というのは抵抗に電流が流れたときに抵抗の両端に発生する電圧で、電流が流れ込むほうはプラス、電流が流れ出すほうがマイナスです。

では、図2-9のような回路で第2法則を考えてみることにしましょう。この回路は閉回路を一つ持っており、電圧降下は R_1I 、 R_2I 、 R_3I の三つ、また起電力は E_1 と E_2 の二つです。

とここまでではよいのですが、第2法則を適用する場合には、回路をたどる方向を決めてやらなければなりません。そして、起電力や電圧降下の方向が回路をたどる方向と一致する場合をプラス、反対の場合をマイナスとします。

さて、図2-9のように時計方向に回路をたどることにすると、 E_1 の方向はプラス、 E_2 の方向はマイナスですから、第2法則は

$$R_1I + R_2I + R_3I = E_1 + (-E_2)$$

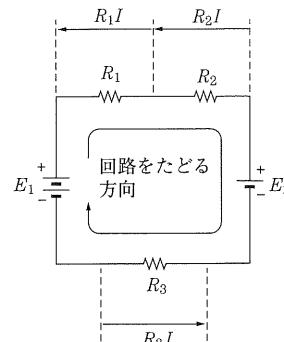


図2-9 キルヒホッフの第2法則

のようになります。

図2-10のような複雑な直流回路を解くような場合には、キルヒ霍ッフの第1法則と第2法則を組み合わせて使います。

この回路では $E_1 > E_2 > E_3$ ですから、電流の流れる方向は I_1, I_2, I_3 のように推定できます。そこで、b点に対して第1法則を適用してみると、

$$I_1 = I_2 + I_3$$

が得られます。

つぎに、この回路では①a-b-e-f-a, ②b-c-d-e-b, ③a-c-d-f-aの三つの閉回路が存在しております、それぞれに第2法則を適用します。いずれの場合も時計方向に回路をたどるとすると、

$$\text{① a-b-e-f-aの回路では, } R_1 I_1 + R_2 I_2 = E_1 - E_2$$

$$\text{② b-c-d-e-bの回路では, } -R_2 I_2 + R_3 I_3 = E_2 - E_3$$

$$\text{③ a-c-d-f-aの回路では, } R_1 I_1 + R_3 I_3 = E_1 - E_3$$

となります。

以上の結果、キルヒ霍ッフの第1および第2法則から、合計四つの関係が得られました。これらの関係を使って、直流回路を解きます。

2-1-5 ホイートストンブリッジ

ホイートストンブリッジというのは図2-11のようなもので、ブリッジが平衡すると検流計Gが振れなくなることを利用して、未知の抵抗 R_X の値を求めるのに使われます。

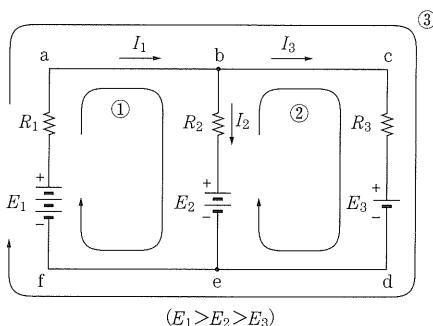


図2-10 キルヒ霍ッフの法則の応用

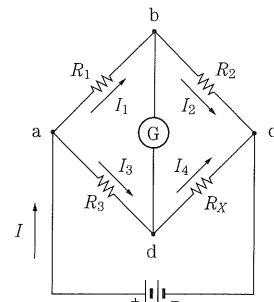


図2-11 ホイートストンブリッジ

このブリッジが平衡する条件は,

$$R_1 : R_2 = R_3 : R_X$$

で、これを変形して得られる

$$R_2 R_3 = R_1 R_X$$

…………… 2-7

がホイートストンブリッジの平衡条件といわれています。式2-7から

$$R_X = \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

となり、これより R_1, R_2, R_3 が既知ならば、 R_X の値がわかります。

ホイートストンブリッジが平衡していて G に電流が流れない状態では、

- ① bd 間の電圧はゼロである。
- ② $I_1 = I_2, I_3 = I_4$ である。
- ③ 検流計 G を外しても、全電流 I は変化しない。

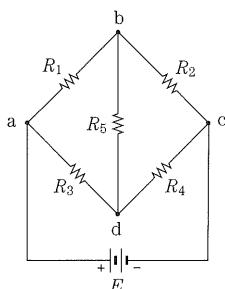
となります。

ついでに、図 2-12 のようなブリッジ回路の合成抵抗や各部の電流がどのようになるかを考えてみましょう。

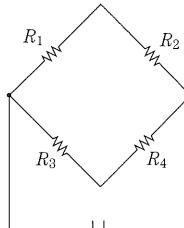
図 2-12 (a) のブリッジ回路が平衡していない場合の合成抵抗や電流を計算するのはやっかいで、これを解くにはキルヒ霍フの法則を使わなくてはなりません。しかし、このブリッジ回路が平衡している、すなわち、

$$R_1 R_4 = R_2 R_3$$

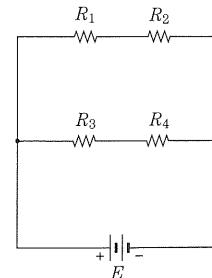
の関係がある場合には bd 間には電流は流れませんから、 R_5 は無いのと同じで、図 (b) のように考えることができます。このままではちょっとわかりにくいですが、図 (c) のように書き直してみると簡単に計算できることがわかります。



(a) 一般的には…



(b) 平衡していると…



(c) (b) を書き直すと…

図 2-12 ブリッジ回路の計算

2-2 交流の概要

2-2-1 交流とは

交流とは、電圧または電流の向きと大きさが周期的に変化するものです。図2-13はいろいろな交流波形を示したもので、図(a)は正弦波、図(b)は方形波、図(c)は三角波、図(d)はひずみ波と呼びますが、一般には図(a)の正弦波以外のものはすべてひずみ波交流と呼びます。なお、図(b)の方形波は矩形波とも呼ばれます。

交流にはこのようにいろいろな波形がありますが、計算が容易なのは正弦波なので、交流に関する計算はもっぱら正弦波に対して行うと思ってもかまいません。

2-2-2 交流の変化の表しかた

図2-13のような交流の場合、1秒間に同じ変化を繰り返す回数を f で表し、これを周波数といいます。周波数の単位はHz(ヘルツ)で、高い周波数の場合にはkHz(キロヘルツ)またはMHz(メガヘルツ)などを使用します。

ここで、

$$1[\text{kHz}] = 10^3 [\text{Hz}]$$

$$1[\text{MHz}] = 10^3 [\text{kHz}] = 10^6 [\text{Hz}]$$

です。

また交流では、1回の変化に必要な時間を T で表し、単位はs[秒]を使用します。この T を周期といい、周期と周波数の間には、

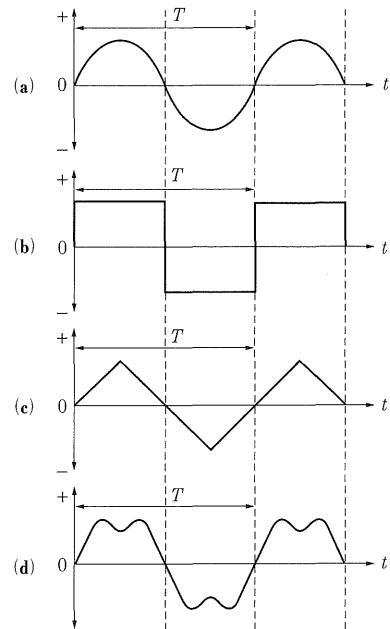


図2-13 交流波形の例

のような関係があります。

2-2-3 正弦波交流の大きさの表しかた

交流の場合、電圧や電流の流れる方向と大きさが時々刻々に変化しているので、直流のように簡単に何ボルトとか何アンペアなどと表すことはできません。そこで一般に、瞬時値や最大値、平均値、実効値などでその大きさを表しています。

●瞬時値と最大値

図2-14のような正弦波交流において、交流電圧または電流のある瞬間における大きさを瞬時値と呼び、 e で表します。また、瞬時値でもっとも大きくなったときの値を最大値と呼び、 E_m で表します。

最大値が E_m である正弦波交流の瞬時値 e は、

$$e = E_m \sin \omega t \quad \dots \dots \dots 2-9$$

のように表されます。ここで、 ω （オメガ）は角速度といい、

$$\omega = 2\pi f$$

です。なお、 π は円周率でおよそ 3.14、 f は周波数で単位は [Hz] です。

なお、図2-14の横軸は図2-13のように時間 t [秒] で表してもよいのですが、図2-14のように角度で表し、角度の単位には rad (ラジアン) を使います。ここで、図2-14のように交流の1周期となる360度が 2π ラジアンですから、180度は π ラジアン、90度は $\frac{\pi}{2}$ ラジアン、45度は $\frac{\pi}{4}$ ラジアンとなります。

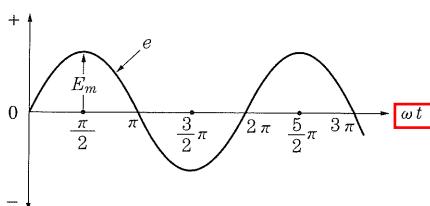


図2-14 正弦波交流

● 平均值

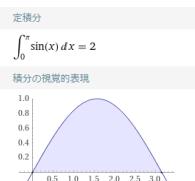
交流の値を表すとき、瞬時値をとるとその大きさが時間的に変化しますし、最大値だけでは波形のようすが考慮されていないので不便です。そこで、交流の大きさを表す方法として、各瞬時値の平均で大きさを表す平均値が使われます。

この場合、一周期の平均をとると正と負の各半サイクルの値が打ち消しあってゼロになってしまいます。そこで、半サイクルの平均をとって、これを平均値としています。

正弦波交流の平均値 E_a は、

$$E_a = \frac{2E_m}{\pi} \doteq 0.637 E_m$$


..... 2-10



となります。なお、平均値 E_a は図 2-15 のように正弦波交流の山をくずして同じ面積の方形となるように埋めたときの高さになります。

● 実効値

前述の平均値は正弦波交流の1サイクルの平均はゼロになるといった考え方でしたが、抵抗に電流を流した場合には電流の方向が変わっても発生する電力は変化せず、正の半サイクルと負の半サイクルでは同じ値となります。

そこで、より実際的な値として、直流によって発生する電力と正弦波交流によって発生する電力を比較して、その交流と同じ電力を発生する直流電圧の大きさで表す実効値が使われます。

正弦波交流の実効値 E は、

で表されます。

家庭に来ている商用電源の100[V]は実効値のことで、最大値は $\sqrt{2}$ 倍の約

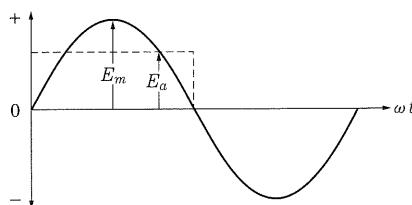


図 2-15
正弦波交流の平均値

141 [V]になります。

実効値は交流の大きさを表すのにもっとも広く使用されており、特にことわりのない限り実効値で表しています。また、普通の交流電圧計や交流電流計は実効値を示すように作られています。

2-2-4 ひずみ波交流の大きさの表しかた

図2-13(d)のようなひずみ波交流は、その基本周波数に最大値の違う多くの整数倍の周波数の正弦波が集まつたものとして、

$$e = E_0 + E_1 \sin \omega t + E_2 \sin 2\omega t + E_3 \sin 3\omega t + \dots \quad \dots \dots \dots \quad 2-12$$

のような級数で表されます。このような級数をフーリエ級数といいます。

この式の第1項の E_0 は周期性がないため、直流分を示します。また、第2項は最大値が E_1 で周波数が $f = \frac{\omega}{2\pi}$ の正弦波交流で、これを基本波といいます。つづいて第3項は最大値が E_2 で周波数が $2f = \frac{2\omega}{2\pi}$ の正弦波交流で、これは第2高調波です。以下、第4項以降を順次に第3高調波、第4高調波…といいます。

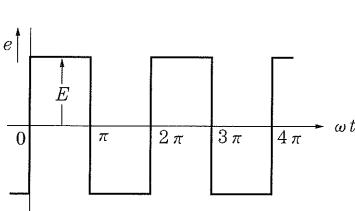
ひずみ波交流のうち、図2-16(a)のような方形波をフーリエ級数に展開すると、

$$e(t) = \frac{4E}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right) \quad \dots \dots \dots \quad 2-13$$

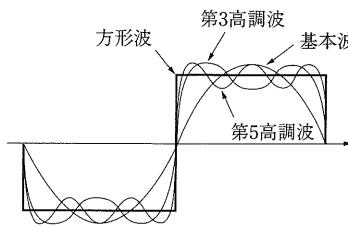
のようになります。これより方形波は、図(b)のように第1項の基本波とそれに続く奇数倍の高調波から成り立っていることがわかります。

● 波形率と波高率

ひずみ波の交流電圧および電流の波形が正弦波の波形に比べてどの程度とがって鋭いかを表すのに波高率、あるいは滑らかであるか(平滑度)を表すのに波



(a) 方形波



(b) 方形波の成り立ち

図2-16 方形波

形率が使用されます。

波形率および波高率は、

$$\text{波形率} = \frac{\text{実効値}}{\text{平均値}}$$

$$\text{波高率} = \frac{\text{最大値}}{\text{実効値}}$$

…………… 2-14

のようになり、正弦波交流の場合を計算してみると

$$\text{波形率} = 1.11$$

$$\text{波高率} = 1.414$$

となります。また、方形波は波形率と波高率ともに1となり、三角波は波形率が1.155、波高率は1.732になります。

2-3 交流回路—複素数とベクトル

私たちが取り扱う量のうち、温度や体積などはその大きさのみを考えればよいものです。このようなものをスカラー (scaler) 量といいます。ところが力などを考えるときには、その大きさのみでなく方向を考えなければなりません。この場合、力のように大きさと方向の両方をもって表す量を、ベクトル (vector) 量といいます。

スカラー量の計算は単に大きさのみ考えればよいので和、差、積、商など簡単に計算できます。ところが、ベクトル量の計算はそのように簡単にはできません。そのため複素数というものを用いて計算します。

2-3-1 虚数と複素数

私たちは今まで、例えば $2^2 = 4$ 、また $(-2)^2 = 4$ というように学んできました。そのため4の平方根つまり $\sqrt{4}$ は +2 または -2 であることを知っていますが、 $\sqrt{-4}$ のような負の数の平方根を求めることはできません。そこで、このような2乗すれば負になる数、例えば $\sqrt{-3}$ や $\sqrt{-4}$ のようなものを虚数と呼びます。

虚数の計算は、つぎのように行います。例えば $\sqrt{-4}$ は $\sqrt{4 \times (-1)}$ と考えて、 $2 \times \sqrt{-1}$ とします。同様にして $\sqrt{-3}$ は $\sqrt{3 \times (-1)} \approx 1.732 \times \sqrt{-1}$ とします。そこで $\sqrt{-1}$ を虚数単位と呼び、数学の世界では i で表しますが、電気の計算では i では電流と間違いやさないので $\sqrt{-1}$ を j で表します。

j の2乗や3乗などは、

$$\left. \begin{aligned} j^2 &= (\sqrt{-1})^2 = -1 \\ j^3 &= (\sqrt{-1})^3 = j(\sqrt{-1})^2 = -j \\ j^4 &= (\sqrt{-1})^4 = (\sqrt{-1})^2 \times (\sqrt{-1})^2 = (-1) \times (-1) = 1 \\ j^5 &= (\sqrt{-1})^5 = j(\sqrt{-1})^4 = j \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 2.15$$

のようになります。また、 j や $-j$ の逆数は

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{j} &= \frac{j}{j \times j} = \frac{j}{-1} = -j \\ \frac{1}{-j} &= \frac{j}{-j \times j} = \frac{j}{+1} = j \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots 2-16$$

のようになります。ここで、 $a + jb$ とか $c - jd$ のように実数と虚数の部分で成り立っている数を複素数といいます。また、複素数の実数部と虚数部が共に等しくて虚数部の符号が反対である二つの複素数は、互いに共役にあるといいます。例えば $a + jb$ と $a - jb$ が、あるいは $5 + j7$ と $5 - j7$ が互いに共役になります。

2-3-2 複素数の表示法

例えば複素数 $a + jb$ は、実数部 a を横軸上に、虚数部 b を縦軸上にとることにより、図 2-17 のように直交座標で表すことができます。

図において、OPは横軸と θ という角度をもっている一つのベクトルと考えることができます。また、OPの大きさ(=絶対値) r は $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ の関係にあることがわかりますし、角(これを偏角という) θ は $\theta = \tan^{-1} \frac{b}{a}$ と表すことができます。

もし r と θ がわかっている場合には、 $a = r\cos \theta$ 、 $b = r\sin \theta$ の関係がありますから、ベクトルOPは、

と表すこともできます。これを、**三角関数による表示**といいます

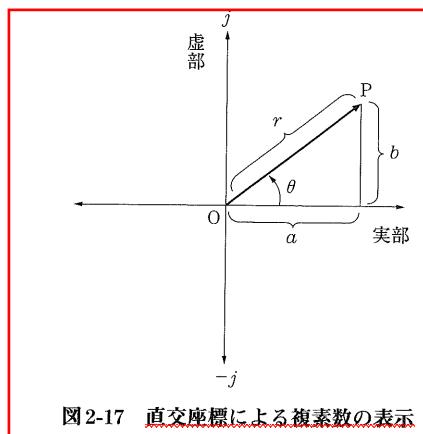


図2-17 直交座標による複素数の表示

2-3-3 複素数による正弦波交流の表示法

複素数を使って正弦波を表すと、正弦波の大きさだけではなく、二つの正弦波の間の時間的なずれや角度的なずれを表すことができます。

2-2-3で説明したように、電圧の最大値が E_m で、角速度が ω の正弦波の瞬時値 e は式2-9に示したように、 $e = E_m \sin \omega t$ ですが、これと時間的に少しずれた交流が考えられます。

図2-18に示すように、二つの正弦波の違いは時刻がゼロのときの角度だけで、この角度の差は時間的に変わらず、ずっと一定の値を保ちます。これを表す式は、

$$e = E_m \sin(\omega t + \theta) \quad \dots\dots\dots \text{2-18}$$

です。この式で、 θ を初期位相と呼んでいます。 θ がゼロのときが、先に示した式2-9の $e = E_m \sin \omega t$ に相当します。

この二つの正弦波の角度差すなわち、瞬時位相の差は初期位相と常に等しいので、図2-17の複素数の表示で、Pが半径 E_m 、角度が ωt で動くと考えると、点Pは時刻ゼロでX軸上から、左回りに周波数 $f = \frac{\omega}{2\pi}$ （1回転は角度で $360^\circ = 2\pi$ ラジアンですから1秒間に f 回）点Pは点Oを中心とした半径 E_m の円周上を図2-18(b)のように動きます。

いっぽう、初期位相が θ の点をQとすると、Qは時刻ゼロでX軸から θ の角度をもち、やはり半径 E_m の円周上を周波数 $f = \frac{\omega}{2\pi}$ で左回りに回転します。このとき、OPとOQの間の角度は θ で、常に一定です。

点Pと点Qを複素数で表すと、おのおの、

$$E_m \cos(\omega t) + j \cdot E_m \sin(\omega t), \quad E_m \cos(\omega t + \theta) + j \cdot E_m \sin(\omega t + \theta)$$

と表すことができます。

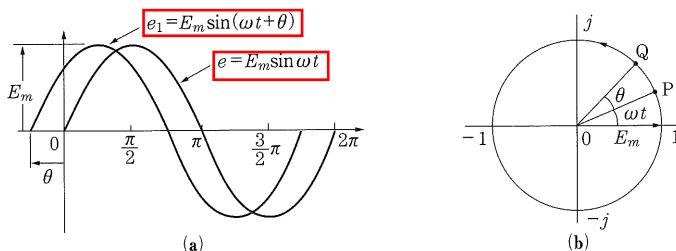


図2-18 二つの正弦波交流を複素数で表示する

複素数を半径と角度で表すことを複素数の極座標表示と呼んでいますが、極座標表示で表すと、半径と角度で表すので、 $(E_m, \omega t)$, $(E_m, \omega t + \theta)$ となり、三角関数を含まないので、表記は極めて簡単になります。複素数の直交座標表示と極座標表示の関係を正弦波の交流電圧に当てはめると、電圧の最大値が E_m で周波数が $f = \frac{\omega}{2\pi}$ 、初期位相が θ の交流電圧の瞬時値は、

$$E_m \cos(\omega t + \theta) + j \cdot E_m \sin(\omega t + \theta)$$

である複素数の虚数部を取り出せばよいことがわかるでしょう。

2-3-4 位相の違いと複素数表示

なぜ、わざわざ複素数を使い、その虚数部を取り出すといっためんどうなことをするかは、位相の変化を簡単な虚数単位である j を掛けたり、割ったりするだけで済むからなのです。

$E_m \cos(\omega t + \theta) + j \cdot E_m \sin(\omega t + \theta)$ に虚数単位 j を掛けると、

$$\begin{aligned} & \{E_m \cos(\omega t + \theta) + j \cdot E_m \sin(\omega t + \theta)\} \times j \\ &= \{j \cdot E_m \cos(\omega t + \theta) - E_m \sin(\omega t + \theta)\} \\ &= -E_m \sin(\omega t + \theta) + j \cdot E_m \cos(\omega t + \theta) \\ &= E_m \cos(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}) + j \cdot E_m \sin(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

↓

$$\begin{aligned} & \cdot \sin(90^\circ + \theta) = \cos \theta \\ & \cdot \cos(90^\circ + \theta) = -\sin \theta \end{aligned}$$

となります。

これは、元の波形よりも $\frac{\pi}{2}$ （ラジアン）すなわち、 90° 位相が進んだ波形です。こんどは、 $E_m \cos(\omega t + \theta) + j \cdot E_m \sin(\omega t + \theta)$ を虚数単位 j で割ってみましょう。

$$\begin{aligned} & \{E_m \cos(\omega t + \theta) + j \cdot E_m \sin(\omega t + \theta)\} \div j \\ &= \{-j \cdot E_m \cos(\omega t + \theta) + E_m \sin(\omega t + \theta)\} \\ &= E_m \sin(\omega t + \theta) - j \cdot E_m \cos(\omega t + \theta) \\ &= E_m \cos(\omega t + \theta - \frac{\pi}{2}) + j \cdot E_m \sin(\omega t + \theta - \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$



となり、元の波形よりも $\frac{\pi}{2}$ （ラジアン）すなわち、 90° 位相が遅れた波形となります。

このように、複素数である $E_m \cos(\omega t + \theta) + j \cdot E_m \sin(\omega t + \theta)$ を使って電圧を表すと、虚数単位 j を掛けたり割ったりすることで、振幅を変えずに位相だけが 90° 進んだり、 90° 遅れたりした波形を表すことができます。また、これらの複素数からその虚数部分を取り出せば、実際の正弦波を求めることができます。

2-4 交流回路— R や L や C だけの回路

ここでは、抵抗だけの回路、インダクタンスだけの回路、そして静電容量だけの回路に正弦波交流を加えた場合について説明します。

2-4-1 抵抗だけの回路

抵抗だけの回路に正弦波交流を加えた場合、直流の場合と同じようにオームの法則が成立します。抵抗 R の両端に正弦波交流を加えた場合にどのようになるかを調べてみましょう。

図2-19のように抵抗 R [Ω] の両端に実効値が E [V] の交流電圧を加えると、電流の実効値 I [A] との間には、

$$E=IR, \quad I=\frac{E}{R}, \quad R=\frac{E}{I} \quad \dots \dots \dots \quad 2-19$$

のような関係が成立します。また、電力 P [W] は、

となります。

図2-19において電圧の最大値は $\sqrt{2} E$ 、電流の最大値は $\sqrt{2} I$ ですから、電圧と電流の瞬時値 e と i はそれぞれ、

$$e = \sqrt{2} E \sin \omega t, \quad i = \sqrt{2} I \sin \omega t$$

となります。

図2-20(a)は抵抗だけの回路で電圧と電流がどのように変化するかを示したもの

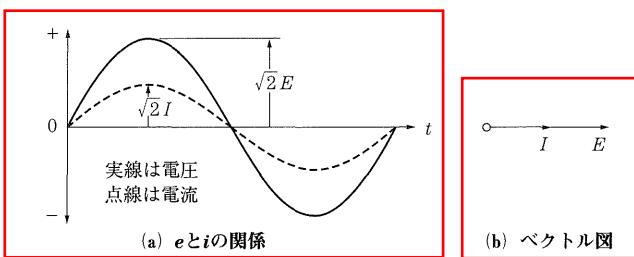
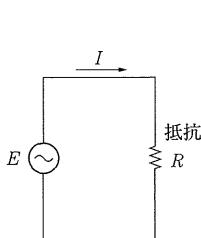


図 2-19 抵抗だけの回路

図 2-20 抵抗だけの回路の電圧と電流

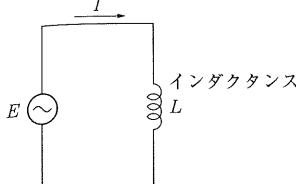


図2-21 インダクタンスだけの回路

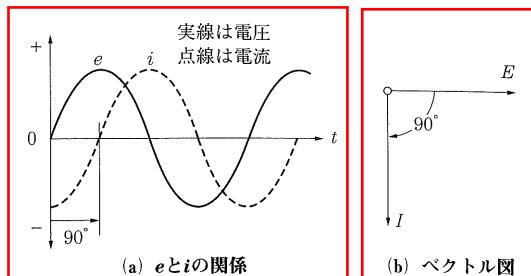


図2-22 インダクタンスだけの回路の電圧と电流

ので、電圧と電流は同時に変化します。電圧と電流の関係をベクトルで表すと図(b)のようになります。抵抗だけの回路では電圧と電流は同相です。

2-4-2 インダクタンスだけの回路

図2-21のようにインダクタンス L [H] のコイルの両端に実効値が E [V] の正弦波交流電圧を加えると、流れる電流の実効値 I [A] は、

$$I = \frac{E}{\omega L} = \frac{E}{2\pi f L}, \quad E = \omega L I = 2\pi f L I \quad \dots \dots \dots \quad 2-21$$

となります。

ここで、 $2\pi f L$ はインダクタンス L が交流に対して示す抵抗のことで、これを誘導性リアクタンス (X_L) といいます。誘導性リアクタンス X_L は、

$$X_L = \omega L = 2\pi f L \quad \dots \dots \dots \quad 2-22$$

のようになります。単位は Ω です。式2-22からわかるように、誘導性リアクタンスは周波数 f とコイルのインダクタンス L に比例します。

図2-22(a) はインダクタンスだけの回路で電圧と電流がどのように変化するかを示したもので、電流は電圧よりも 90° ($\frac{\pi}{2}$ ラジアン) だけ位相が遅れます。

これを複素数表示で考えると、

$$\begin{aligned} e &= \{E_m \cos(\omega t + \theta) + j \cdot E_m \sin(\omega t + \theta)\} \text{ とすると,} \\ i &= [\{E_m \cos(\omega t + \theta) + j \cdot E_m \sin(\omega t + \theta)\} / j \omega L] \\ &= \frac{E_m}{j \omega L} \cos(\omega t + \theta - \frac{\pi}{2}) + j \cdot \frac{E_m}{j \omega L} \sin(\omega t + \theta - \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

誘導性リアクタンスで割って、さらに j で割って位相の遅れを反映させる

と表記できます。

したがって、誘導性リアクタンスを複素数表記で、 $j \omega L$ とすれば、電流の大

きさだけではなく位相の違いも含めて表すことができます。

このように、波形の大きさと位相を含めた交流に対する抵抗分を複素インピーダンスと呼びます。

複素数表示で考えると、電圧は大きさが E_m で、初期位相がゼロ、左回りに1秒間に f 回だけ回転する点の動きであり、電流は大きさが $\frac{E_m}{\omega L}$ で、初期位相が -90° で、左回りに1秒間に f 回だけ回転する点の動きで表されます。

ここで、電圧と電流は角度差 90° の一定の差を保ちながら回転し、電圧から電流を見ると 90° の一定の角度だけ遅れていますから、ベクトルで表すと、図 (b) のように表記できます。

しかし、実際にはどちらも1秒間に f 回の速さで左向きに回転しているのです。

2-4-3 静電容量だけの回路

図 2-23 のように静電容量 C [F] のコンデンサの両端に実効値が E [V] の正弦波交流電圧を加えると、流れる電流の実効値 I [A] は、

$$I = \frac{E}{\frac{1}{\omega C}} = \omega CE = 2\pi fCE.$$

$$E = \frac{I}{\omega C} = \frac{I}{2\pi fC}$$

..... 2-23

となります。

ここで、 $\frac{1}{2\pi fC}$ は静電容量 C が交流に対して示す抵抗のことで、これを容量性リアクタンス (X_C) といいます。容量性リアクタンス X_C は、

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC}$$

..... 2-24

のようになります。単位は Ω です。式 2-24 からわかるように、容量性リアクタンス

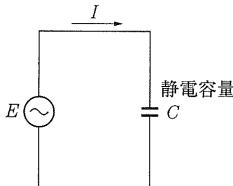


図 2-23 静電容量だけの回路

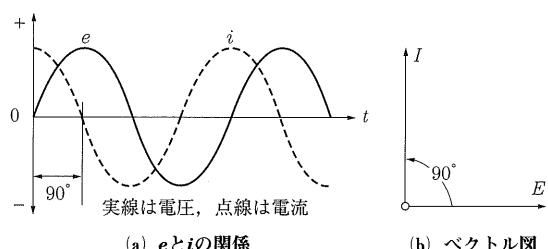


図 2-24 静電容量だけの回路の電圧と電流

は周波数 f とコンデンサの静電容量 C に反比例します。

図 2-24 (a) は静電容量だけの回路で電圧と電流がどのように変化するかを示したもので、電流は電圧よりも 90 度 ($\frac{\pi}{2}$ ラジアン) だけ進みます。

これを複素数表示で考えると、

$$\begin{aligned} e &= \{E_m \cos(\omega t + \theta) + j \cdot E_m \sin(\omega t + \theta)\} \text{ とすると,} \\ i &= [\{E_m \cos(\omega t + \theta) + j \cdot E_m \sin(\omega t + \theta)\} \cdot j \omega C] \\ &= E_m \cdot \omega C \cos(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}) + j E_m \cdot \omega C \sin(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

と表記できます。

したがって、容量性リアクタンスを複素数表記で、 $\frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C}$ とすれば、電流の大きさだけではなく位相の違いも含めて表すことができます。

複素数表示で考えると、電圧は大きさが E_m で初期位相がゼロ、左回りに 1 秒間に f 回だけ回転する点の動きであり、電流は大きさが $E_m \times \omega C$ で、初期位相が $+90^\circ$ で左回りに 1 秒間に f 回だけ回転する点の動きで表されます。

ここで、電圧と電流は角度差 90° の一定の差を保ちながら回転し、電圧から電流を見ると 90° の一定の角度だけ進んでいますから、ベクトルで表すと、図 (b) のように表記できます。

しかし、実際にはどちらも 1 秒間に f 回の速さで左向きに回転しているのです。

2-5 交流回路 - R , L , C の直列回路

ここでは、抵抗とインダクタンス、抵抗と静電容量、それに抵抗とインダクタンス、静電容量の直列回路に正弦波交流を加えた場合について説明します。

2-5-1 抵抗とインダクタンスの直列回路

図 2-25 (a) のように、抵抗 R とインダクタンス L を直列に接続して実効値 E [V] の正弦波交流電圧を加えた場合、流れる電流と加わる電圧の間の関係を考えてみましょう。

抵抗 R とインダクタンス L が直列ですから、両者に共通である通過電流 I を基準にして電圧を考えることにしなければなりません。

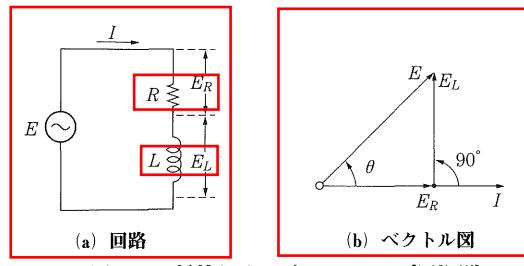


図2-25 抵抗とインダクタンスの直列回路

すると抵抗では、 $E_R = R \times I$ であり、インダクタンスでは、 $E_L = j\omega L \times I$ ですから、全体では、 $E = E_R + E_L = (R + j\omega L) \times I$ となります。

これを大きさと角度の極座標表記で考えると、三平方の定理から

$$E = \sqrt{{E_R}^2 + {E_L}^2} = I\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

となり、また

$$E_R = RI, \quad E_L = \omega LI$$

ですから電圧 E は、

$$E = \sqrt{(RI)^2 + (\omega LI)^2} = I\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad \dots \dots \dots \quad 2-25$$

のようになります。

そこで式2-24から

$$Z = \frac{E}{I} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad \dots\dots\dots 2-26$$

とおき、この Z をインピーダンスと呼び、交流に対する抵抗を表します。

また、図2-25(b)において電圧 E と電流 I の位相差 θ は

$$\tan \theta = \frac{E_L}{E_B} = \frac{\omega L I}{R J} = \frac{\omega L}{R} \quad \therefore \theta = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R} \quad \dots \dots \dots \quad 2-27$$

となります。

一方、図2-25に示した抵抗とインダクタンスの直列回路を複素数で表してみると電圧 E は、

のように表すことができます。

2-5-2 抵抗と静電容量の直列回路

図2-26(a)のように、抵抗 R と静電容量 C を直列に接続して実効値 E [V]の正

2-5 交流回路 - R , L , C の直列回路

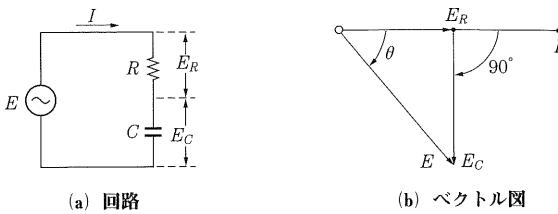


図 2-26 抵抗と静電容量の直列回路

弦波交流電圧を加えた場合、流れる電流と加わる電圧の間の関係を考えてみましょう。

抵抗 R とコンデンサ C が直列ですから、両者に共通である電流 I を基準にして電圧を考えます。

すると、抵抗では $E_R = R \times I$ であり、コンデンサでは $E_C = -j \frac{I}{\omega C}$ ですから、全体では $E = E_R + E_C = (R - j \frac{1}{\omega C}) \times I$ となります。

これを大きさと角度の極座標表記で考えると、三平方の定理から、

$$E = \sqrt{E_R^2 + E_C^2} = I \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

となり、また

$$E_R = RI, \quad E_C = \frac{I}{\omega C}$$

ですから電圧 E は、

$$E = \sqrt{(RI)^2 + \left(\frac{I}{\omega C}\right)^2} = I \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \dots \dots \dots \quad 2-29$$

のようになります。

そこでインピーダンス Z は式 2-29 から、

$$Z = \frac{E}{I} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \dots \dots \dots \quad 2-30$$

となります。

また、図 2-26 (b) において電圧 E と電流 I の位相差 θ は、

$$\tan \theta = \frac{E_C}{E_R} = \frac{\frac{1}{\omega C}}{RI} = \frac{1}{\omega CR} \quad \therefore \theta = \tan^{-1} \frac{1}{\omega CR} \quad \dots \dots \dots \quad 2-31$$

となります。

2-5-3 L , C , R の直列回路

図2-27(a)のように、インダクタンス L と静電容量 C 、それに抵抗 R を直列に接続して実効値 E [V] の正弦波交流電圧を加えた場合、流れる電流 I [A] がどうなるか考えてみましょう。

直列回路なので、ここでも両者に共通である電流 I を基準にしてベクトルを考えてみると図2-27(b)のようになります。この場合、抵抗 R の両端の電圧 E_R は電流 I と同相です。また、インダクタンス L の両端の電圧 E_L は電流 I より90度進んでおり、静電容量 C の両端の電圧 E_C は電流 I より90度遅れています。

ではまず、図2-27(a)で E_L が E_C より大きい($E_L > E_C$)場合について考えてみることにしましょう。この場合のベクトル図は図2-28(a)のようになり、三平方の定理から、

$$E = \sqrt{{E_R}^2 + (E_L - E_C)^2}$$

となり、また、

$$E_R = RI, \quad E_L = \omega LI, \quad E_C = \frac{I}{\omega C}$$

ですから電圧 E は

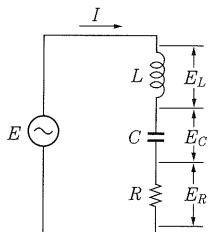
$$E = \sqrt{(RI)^2 + \left(\omega LI - \frac{I}{\omega C}\right)^2} = I\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \dots \dots \dots \quad 2-32$$

のようになります。

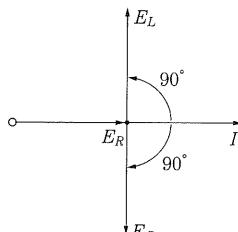
そこで、インピーダンス Z は式2-32から、

$$Z = \frac{E}{I} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad \dots \dots \dots \quad 2-33$$

となります。



(a) 回路



(b) ベクトル図

図 2-27 L , C , R の直列回路

2-5 交流回路 - R , L , C の直列回路

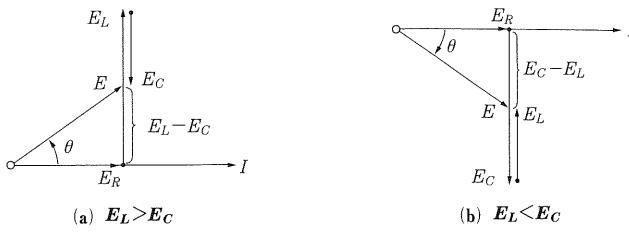


図 2-28 ベクトル図

また、図 2-28 (a)において電圧 E と電流 I の位相差 θ は、

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{E_L - E_C}{E_R} = \frac{\omega L I - \frac{1}{\omega C}}{R I} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \\ \therefore \theta &= \tan^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots 2-34$$

となり、電圧 E は電流 I より θ だけ位相が進んでいます。このようなとき、回路は誘導性であるといいます。

一方、図 2-27 の電圧の関係を複素数で表してみると電圧 E は、

$$\dot{E} = E_R + j(E_L - E_C) \quad \dots \dots \dots 2-35$$

のように表すことができます。また、複素数で表したインピーダンスは、

$$\dot{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad \dots \dots \dots 2-36$$

となります。

ではつぎに、反対に E_L が E_C より小さい ($E_L < E_C$) 場合について考えてみることにしましょう。この場合のベクトル図は、図 2-28 (b) のようになります。

まず電圧 E とインピーダンス Z は、 $E_L > E_C$ の場合に使った式 2-32 と式 2-33においてカッコでくくられた ωL と $\frac{1}{\omega C}$ の項は 2乗されていますから、 $E_L < E_C$ の場合にもこれがそのまま使えます。

また、図 2-28 (b)において電圧 E と電流 I の位相差 θ は、

$$\tan \theta = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad \therefore \theta = \tan^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad \dots \dots \dots 2-37$$

となり、上の式は負の値となります。したがって電圧 E は電流 I より θ だけ位相が遅れています。このようなとき、回路は容量性であるといいます。

2-5-4 直列共振

直列共振というのは、図2-27のようなL, C, Rの直列回路がある条件のときに示す性質のことです。

図 2-29 (a) のような L , C , R の直列回路で電源周波数 f を変化させてみると、式 2-32 の電流 I と式 2-33 のインピーダンス Z は図 2-29 (b) のように変化します。また、リアクタンスの周波数特性は図 (c) のようになります。

図 2-29 (a)において、 $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ だとすると、式 2-32 は、

$$E = IR \quad \therefore I = \frac{E}{R}$$

また式2-33は、

$$Z = R$$

となり、図2-29(b)のように電流は最大、そしてインピーダンスは最小になります。そして、このような現象を直列共振、このときの周波数 f_0 を共振周波数といいます。

なお、式2-34と式2-37から、回路は共振周波数 f_0 より周波数が低いほうでは容量性、周波数が高いほうでは誘導性を示すことがわかります。

さて、共振の条件である $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ を変形してみると

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} \quad \therefore \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

ここで $\omega = 2\pi f$ ですからこれを代入して整理すると、

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \dots \dots \dots 2-38$$

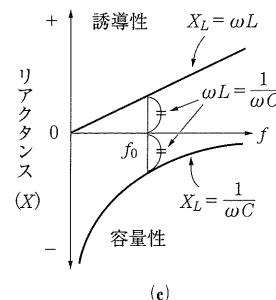
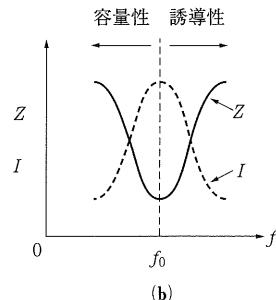
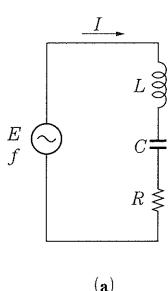


図 2-29 直列共振

のようになります。このときの f が、共振周波数 f_0 です。

なお、共振時には E_L と E_C は打ち消しあってはいますが、ちゃんと存在します。そこで E と E_L , E_C の間の関係を調べてみると、

$$I = \frac{E}{R}, \quad E_L = \omega L I = \frac{\omega L E}{R}, \quad E_C = \frac{I}{\omega C} = \frac{E}{\omega C R}$$

となり、これより $R < \omega L$ ならば $E < E_L$ となって E_L は E の $\frac{\omega L}{R}$ 倍、また $R < \frac{1}{\omega C}$ ならば $E < E_C$ となって E_C は E の $\frac{1}{\omega CR}$ 倍となります。

これでわかるように、直列共振回路は一種の電圧増幅作用を持っています。

これらは Q と定義され、 Q は、

$$Q = \frac{\omega L}{R} = \frac{1}{\omega C R} \quad \dots \dots \dots 2-39$$

のようになります。Qは共振回路の良さ、尖鋭度を表し、 E_L と E_C をQを使って表すと、

のように書くことができます。

2-6 交流回路— R , L , C の並列回路

ここでは、抵抗とインダクタンス、抵抗と静電容量、それに抵抗とインダクタンス、静電容量の並列回路に正弦波交流を加えた場合について説明します。

2-6-1 抵抗とインダクタンスの並列回路

図2-30(a)のように、抵抗 R とインダクタンス L を並列に接続して実効値 E [V]の正弦波交流電圧を加えた場合、流れる電流 I [A]がどうなるか考えてみましょう。

抵抗 R とインダクタンス L が並列に接続されていますから、並列回路では両者に共通である電圧 E を基準にしてベクトルを考えてみると図2-30 (b) のようになります。この場合、抵抗 R に流れる電流 I_R は電圧 E と同相です。また、インダクタンス L に流れる電流 I_L は電圧 E より90度遅れます。

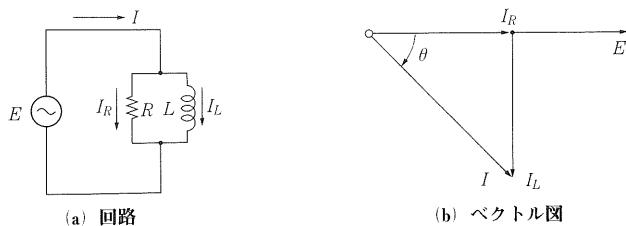


図2-30 抵抗とインダクタンスの並列回路

そこで、三平方の定理から、

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2}$$

となり、また

$$I_R = \frac{E}{R} , \quad I_L = \frac{E}{\omega L}$$

ですから電流 I は、

$$I = \sqrt{\left(\frac{E}{R}\right)^2 + \left(\frac{E}{\omega L}\right)^2} = E \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2} \quad \dots \dots \dots 2-41$$

のようになります。

そこで、インピーダンスZとインピーダンスの逆数のアドミッタンスYは、

$$Z = \frac{E}{I} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}}, \quad Y = \frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2} \quad \dots \dots \dots \quad 2-42$$

のようになります。並列回路の場合には、このようにアドミッタンスで表したほうが式が簡単になります。

また、図2-30(b)において電圧 E と電流 I の位相差 θ は、

$$\tan \theta = \frac{I_L}{I_R} = \frac{\frac{E}{\omega L}}{\frac{E}{R}} = \frac{R}{\omega L} \quad \therefore \theta = \tan^{-1} \frac{R}{\omega L} \quad \dots \dots \dots \quad 2-43$$

となります。

一方、図2-30に示した抵抗とインダクタンスの並列回路を複素数で表してみると、流れる電流 I は、

のように表すことができます。また、複素数で表したアドミッタンスYは、

$$\dot{Y} = \frac{1}{R} + j \frac{1}{\omega L} \quad \dots \dots \dots 2-45$$

のようになります。

2-6-2 抵抗と静電容量の並列回路

図2-31(a)のように、抵抗 R と静電容量 C を並列に接続して実効値 E [V]の正弦波交流電圧を加えた場合、流れる電流 I [A]がどうなるか考えてみましょう。

並列回路ですから、ここでも電圧 E を基準にしてベクトルを考えてみると図2-31(b)のようになります。この場合、抵抗 R に流れる電流 I_R は電圧 E と同相です。また、静電容量 C に流れる電流 I_C は電圧 E より90度進みます。

そこで、三平方の定理から、

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2}$$

となり、また

$$I_R = \frac{E}{R} \quad I_C = \frac{E}{\frac{1}{\omega C}} = \omega CE$$

ですから電流 I は、

$$I = \sqrt{\left(\frac{E}{R}\right)^2 + (\omega CE)^2} = E \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2} \quad \dots \dots \dots 2-46$$

となります。

そこで、インピーダンス Z とアドミッタンス Y は、

$$Z = \frac{E}{I} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}}, \quad Y = \frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2} \quad \dots \dots \dots 2-47$$

のようになります。並列回路の場合には、このようにアドミッタンスで表した

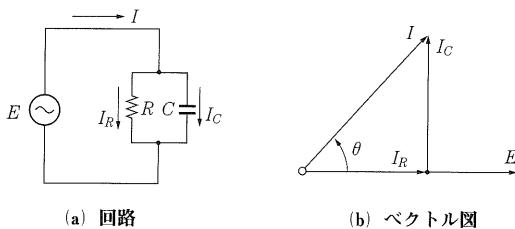


図2-31 抵抗と静電容量の並列回路

ほうが式が簡単になります。

また、図2-31(b)において電圧 E と電流 I の位相差 θ は、

$$\tan \theta = \frac{I_C}{I_R} = \frac{\omega CE}{\frac{E}{R}} = R\omega C \quad \therefore \theta = \tan^{-1} R\omega C \quad \dots \dots \dots \text{2-48}$$

となります。

一方、図2-31に示した抵抗と静電容量の並列回路を複素数で表してみると、
流れる電流Iは、

のように表すことができます。また、複素数で表したアドミッタンスは、

$$\dot{Y} = \frac{1}{R} + j\omega C \quad \dots\dots\dots 2-50$$

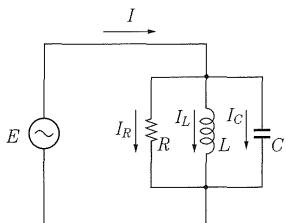
のようになります。

2-6-3 L , C , R の並列回路

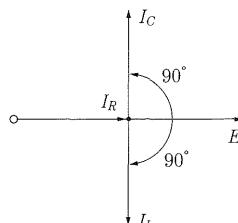
図2-32(a)のように、インダクタンス L と静電容量 C 、それに抵抗 R を並列に接続して実効値 E [V] の正弦波交流電圧を加えた場合、流れる電流 I [A] がどうなるか考えてみましょう。

電圧 E を基準にしてベクトルを考えてみると図2-32(b)のようになります。この場合、抵抗 R に流れる電流 I_R は電圧 E と同相です。また、インダクタンス L に流れる電流 I_L は電圧 E より 90 度遅れており、静電容量 C に流れる電流 I_C は電圧 E より 90 度進んでいます。

ではまず、図2-32(a)で I_L が I_C より大きい($I_L > I_C$)場合について考えてみるこ



(a) 回路



(b) ベクトル図

図 2-32 L , C , R の並列回路

とにしましょう。この場合のベクトル図は図2-33(a)のようになり、三平方の定理から、

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}$$

です。また、

$$I_R = \frac{E}{R} , \quad I_L = \frac{E}{\omega L} , \quad I_C = \omega C E$$

ですから電流 I は、

$$I = \sqrt{\left(\frac{E}{R}\right)^2 + \left(\frac{E}{\omega L} - \omega CE\right)^2} = E \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2} \quad \dots \dots \dots 2-51$$

となります。

そこで、インピーダンス Z とアドミッタンス Y は、

$$Z = \frac{E}{I} = \sqrt{\frac{1}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}}, \quad Y = \frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}$$

のようになります。

また、図2-33(a)において電流 I と電圧 E の位相差 θ は、

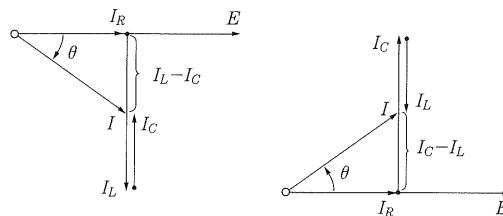
$$\tan \theta = \frac{I_L - I_C}{I_R} = \frac{\frac{1}{\omega L} - \omega C}{\frac{1}{R}} \quad \therefore \theta = \tan^{-1} \frac{\frac{1}{\omega L} - \omega C}{\frac{1}{R}} \quad \dots \dots \dots \quad 2-53$$

となり、電流 I は電圧 E より θ だけ位相が遅れています。このようなとき、回路は誘導性であるといいます。

一方、図2-32の電流の関係を複素数で表してみると、流れる電流 I は、

$$I = I_R + j(I_L - I_C) \quad \dots\dots\dots 2-54$$

のように表すことができます。また、複素数で表したアドミッタンスは、



(a) $I_L > I_C$

(b) $I_L < I_C$

図2-33 ベクトル

$$\dot{Y} = \frac{1}{R} + j \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) \quad \dots \dots \dots 2-55$$

となります。

ではつぎに、 I_L が I_C より小さい ($I_L < I_C$) 場合について考えてみることにしましょう。この場合のベクトル図は、図 2-33 (b) のようになります。

まず、電流 I とインピーダンス Z 、アドミッタンス Y は、 $I_L > I_C$ の場合に使った式2-51と式2-52においてカッコでくくられた ωL と $\frac{1}{\omega C}$ の項は2乗されていますから、 $I_L < I_C$ の場合にもこれがそのまま使えます。

また、図2-33(b)において電流 I と電圧 E の位相差 θ は、

となり、上の式は負の値となります。したがって、電流 I は電圧 E より θ だけ位相が進んでいます。このようなとき、回路は容量性であるといいます。

2-6-4 並列共振

並列共振というのは、図2-32のようなL, C, Rの並列回路がある条件のときに示す性質のことです。

では、図2-34のようにLとCを並列に接続したらどうなるかを調べてみましょう。図2-34は図2-32(a)の抵抗Rを取り去ったものと考えればよく、この場合の電流Iは式2-51から、またインピーダンスZは式2-52から、

$$I = E \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right), \quad Z = \frac{E}{I} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right)} \quad \dots \dots \dots \quad 2-57$$

のようになります。

そこで、もし $\frac{1}{\omega L} = \omega C$ だとすると式2-61から電流はゼロになり、インピーダンスは無限大になります。このような状態が、並列共振です。ちなみに、共振周波数 f_0 は直列共振の場合と同じく

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L/C}}$$

です。

さて、以上は理想的な並列共振の場合ですが、現実にはコイルは巻線の持つ

2-6 交流回路 - R , L , C の並列回路

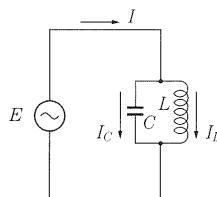


図 2-34 L と C を並列につなぐ

直流抵抗や表皮作用による抵抗を持ち、実際には図 2-35 (a) のようになります。そこで、この回路が共振したときのことを調べてみることにしましょう。

この回路が共振したときの AB 間のインピーダンス Z は $\frac{1}{j\omega C}$ と $R + j\omega L$ の並列合成になり、証明は省略しますが、

$$Z = \frac{L}{CR} \quad \dots \dots \dots \quad 2-58$$

のようになります。このようすを示したのが図 2-35 (b) で、共振周波数 f_0 ではインピーダンス Z は最大、したがって電流 I は最小になります。また、リアクタンスの周波数特性は図 (c) のようになります。

図 2-34 や図 2-35 (a) のような回路では、 $I_L > I_C$ の場合には電圧 E より位相が 90 度遅れます。このようない状態を誘導性と呼びます。また、 $I_L < I_C$ の場合には電流 I は電圧 E より位相が 90 度進みますが、このようない状態を容量性と呼びます。このようすを、図 2-35 (b) と (c) に示します。

さて、図 2-35 (a) のように電源から回路に流れ込む電流を I 、静電容量 C に流れる電流を I_C 、 L と R の直列回路に流れる電流を I_L とすれば、それぞれ、

$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{E}{Z} = \frac{E}{\frac{L}{CR}} = \frac{CRE}{L} \\ I_L &= \frac{E}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \doteq \frac{E}{\omega L} \quad (\because R \ll \omega L) \\ I_C &= \frac{E}{\frac{1}{\omega C}} = \omega CE \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad 2-59$$

のようになります。これより I と I_L , I_C の比を求めてみると、

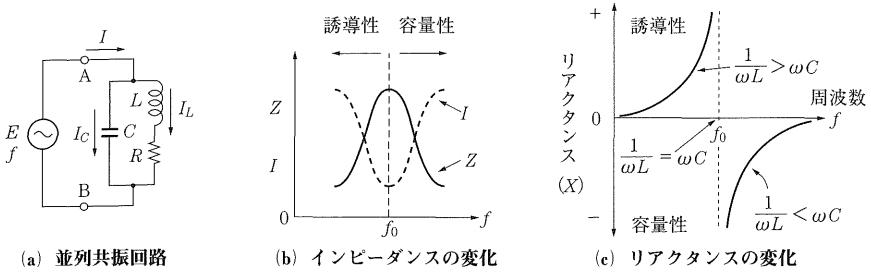


図 2-35 並列共振

$$\frac{I_L}{I} = \frac{\frac{E}{\omega L}}{\frac{C E}{\omega L}} = \frac{E}{\omega L} \times \frac{L}{C E} = \frac{1}{\omega C R} = Q$$

$$\frac{I_C}{I} = \frac{\omega C E}{\omega L E} = \frac{\omega L}{R} = Q$$

のようになります。ここでこれを Q とおくと、

$$I_L = I_C = QI \quad \dots \dots \dots 2-60$$

が得られます。

この式 2-64 から、並列共振ではインダクタンスや静電容量に流れる電流は、電源から流れ込む電流の Q 倍になることがわかります。

2-7 交流回路－交流回路の電力

2-7-1 抵抗だけの場合

抵抗だけの場合の電力については 2-4-1 で説明しましたが、図 2-36 (a) のように抵抗 $R [\Omega]$ に実効値 $E [V]$ の正弦波交流電圧を加えると実効値 $I [A]$ の電流が流れますから電力 $P [W]$ は

$$P = EI = \frac{E^2}{R} = I^2 R \quad [W] \quad \dots \dots \dots 2-61$$

のようになり、直流の場合と同じように計算できます。

2-7-2 L や C だけの場合

図2-36 (b) のようにインダクタンス L や静電容量 C だけの回路に正弦波交流を加えた場合、図2-22や図2-24に示したように電圧と電流は位相が90度ずれています。電圧が最大のときには電流はゼロになります。そのため、電圧と電流の積はゼロになって電力を消費しません。

2-7-3 L や C に抵抗 R が加わった場合

図2-36 (c) のように L や C に抵抗 R が加わった場合、 L や C では電力は消費されず、電力が消費されるのは R のみです。

今、 L や C のリアクタンスを X とすると、それぞれの回路のインピーダンス Z は $\sqrt{R^2 + X^2}$ です。なおリアクタンス X は、インダクタンス L の場合には $X = \omega L$ 、静電容量 C の場合は $X = \frac{1}{\omega C}$ です。

そこで、抵抗 R で消費される電力 P は、

$$P = I^2 R = \left(\frac{E}{\sqrt{R^2 + X^2}} \right)^2 R \quad \dots\dots\dots 2-62$$

のようになります。

2-7-4 無効電力と有効電力

リアクタンスを含む回路の電力は電圧と電流に位相差を生じ、 $P = EI$ で計算した値は実際に消費される電力とは異なります。そこでこれを皮相電力 P_s といい、 P_s は

$$P_s = EI \text{ [VA]} \quad \dots\dots\dots 2-63$$

となります。なお、皮相電力の単位はVA(ボルトアンペア)です。

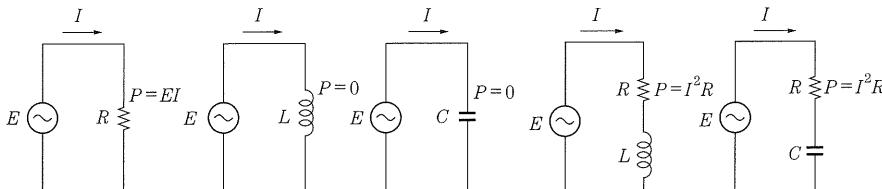


図2-36 交流回路の電力

つぎに、実際に回路で消費されて他のエネルギーに変化できる電力を、有効電力といいます。有効電力 P_w は、

で表します.

また、無効分は無効電力といい、無効電力 P_r は

$$P_r = EI \sin \theta \quad (\text{ver}) \qquad \dots \dots \dots \quad 2-65$$

となります。無効電力の単位は、ver(バール)です。

そして、皮相電力 P_s 、有効電力 P_w 、無効電力 P_r の間には、

のような関係があります。

2-8 交流回路—その他の交流回路

2-8-1 変圧器と変成器

コイルの間に働く相互インダクタンスを利用して交流電圧を上げたり下げるものを変圧器、また増幅器などでインピーダンスの変換に使われるものを変成器といいます。

図2-37(a)は1次側の巻数が n_1 、2次側の巻数が n_2 の変圧器で、この変圧器の1次側に交流電圧 E_1 を加えると、

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{n_2}{n_1} = n \quad \dots\dots\dots 2-67$$

のような関係が成立します。ここで、 n を巻数比といいます。そこで、式2-67

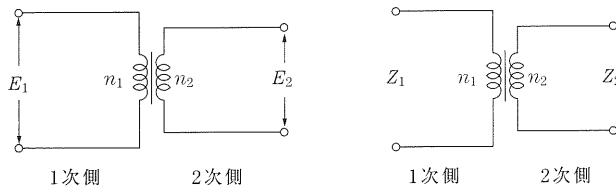


図2-37 麦斤器と麥成器

から2次側の電圧 E_2 は、

$$E_2 = \frac{n_2}{n_1} E_1 = n E_1 \quad \dots \dots \dots \quad 2-68$$

のようになります。これでわかるように、変圧器の役目は交流電圧の変換になります。

図2-37(b)は1次側の巻数が n_1 、2次側の巻数が n_2 の変成器で、1次側のインピーダンスを Z_1 、2次側のインピーダンスを Z_2 とすると、

$$\frac{Z_2}{Z_1} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \quad \therefore \quad Z_2 = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 Z_1 \quad \dots \dots \dots \quad 2-69$$

のような関係となります。これでわかるように変成器のインピーダンス比は巻数比の2乗になり、インピーダンスの変換に使われます。

2-8-2 フィルタ回路

$f = 0$ (直流) から V/UHF などの高い周波数までの多くの周波数を含む電圧、電流から、希望する周波数帯だけを通過またはしゃ断する回路をフィルタといいます。またフィルタの特性で、通過させる周波数帯としゃ断する周波数帯との境目の周波数を、しゃ断周波数といいます。

フィルタはインダクタンス L と静電容量 C で構成されており、図 2-38 に示したような L や C のリアクタンス X_L や X_C の周波数特性を利用しています。

フィルタは、その特性によりつぎのよう分類されます。

●低域フィルタ

低域フィルタは低域通過フィルタ (low pass filter, LPF) とも呼ばれ、しゃ断

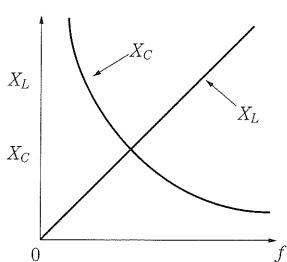


図2-38 X_L や X_C の周波数特性

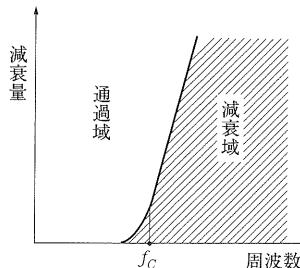


図2-39 低域フィルタの特性

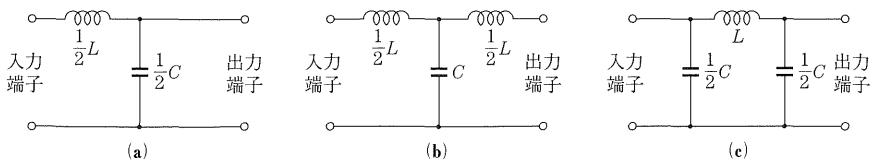


図 2-40 低域フィルタの回路

周波数 f_C より低い周波数帯域を通過させるものです。

図 2-39 は低域フィルタの特性を示したもので、しゃ断周波数 f_C は通過域に比べて減衰量が $\sqrt{2}$ 倍（出力電圧は $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ）となる周波数となります。

図 2-40 は、低域フィルタの基本的な回路を示したものです。 L や C を図 2-40 のような値に選ぶと、いずれの回路も f_C は、

$$f_C = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}} \quad \dots \dots \dots 2-70$$

のようになります。

●高域フィルタ

高域フィルタは高域通過フィルタ (high pass filter, HPF) とも呼ばれ、しゃ断周波数 f_C より高い周波数帯域を通過させるものです。

図 2-41 は高域フィルタの特性を示したもので、しゃ断周波数 f_C は通過域に比べて減衰量が $\sqrt{2}$ 倍（出力電圧は $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ）となる周波数となることは低域フィルタと同じです。

図 2-42 は、高域フィルタの基本的な回路を示したものです。 L や C を図 2-42 のような値に選ぶと、いずれの回路も f_C は、

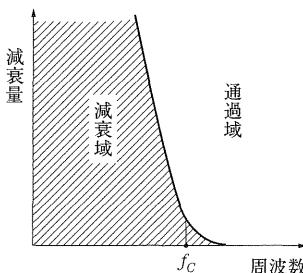


図 2-41 高域フィルタの特性

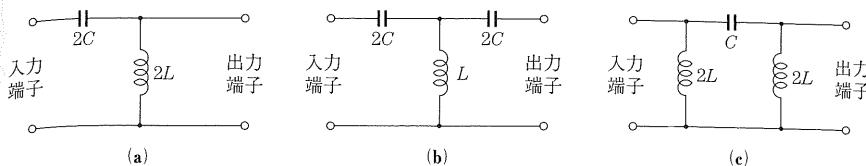


図 2-42 高域フィルタの回路

$$f_c = \frac{1}{4\pi\sqrt{LC}}$$

..... 2-71

のようになります。

● 帯域フィルタ

帯域フィルタは帯域通過フィルタ (band pass filter, BPF) とも呼ばれ、ある周波数帯域の電圧や電流を通過させ、それ以外の低い周波数の帯域と高い周波数の帯域をしゃ断するものです。

図 2-43 は、帯域フィルタの特性を示したものです。しゃ断周波数は f_{C1} と f_{C2} の二つがあり、 f_{C1} から f_{C2} までの間が通過域となって $f_{C2} - f_{C1}$ を帯域幅 (band width, BW) といいます。また、通過域以外は減衰域となります。

図 2-44 は帯域フィルタの基本的な回路を示したもので、 L と C による直列共

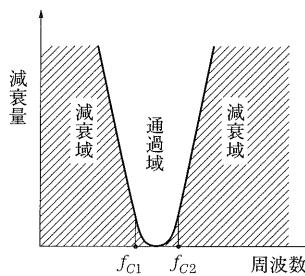


図 2-43 帯域フィルタの特性

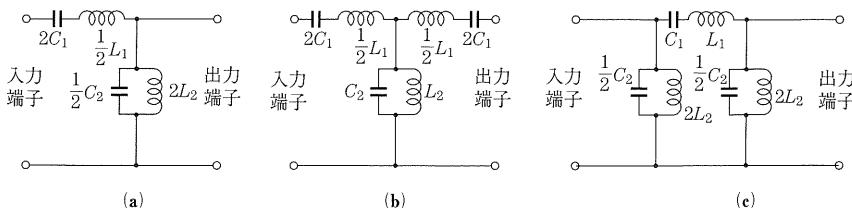


図 2-44 帯域フィルタの回路

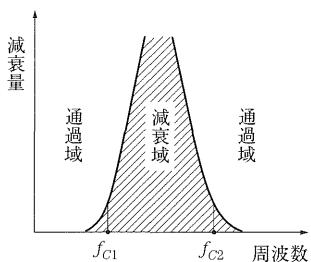


図 2-45 帯域消去フィルタの特性

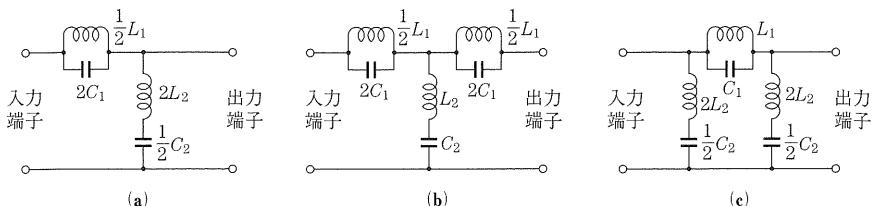


図 2-46 帯域消去フィルタの回路

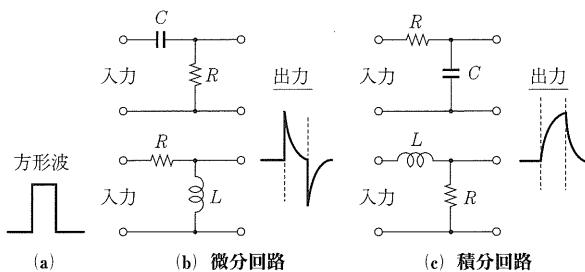


図 2-47 微分回路と積分回路

振と並列共振の働きを利用しています。ちなみに、 L と C の直列回路が直列共振している場合にはインピーダンスは最小、また L と C の並列回路が並列共振している場合にはインピーダンスは最大になります。

●帯域消去フィルタ

帯域消去フィルタ (band elimination filter, BEF) はある周波数帯域の電圧や電流を遮断し、それ以外の低い周波数の帯域と高い周波数の帯域を通過させるものです。

図 2-45 は、帯域消去フィルタの特性を示したものです。しゃ断周波数は f_{C1} と

f_{C2} の二つがあり、 f_{C1} から f_{C2} までの間が減衰域となって $f_{C2} - f_{C1}$ を帯域幅 (band width) といいます。また、しゃ断域以外は通過域となります。

図2-46は帯域消去フィルタの基本的な回路を示したもので、 L と C による並列共振と直列共振の働きを利用していきます。

2-8-3 微分回路と積分回路

図2-47 (b) の微分回路の入力に図 (a) のような方形波を加えた場合、回路の時定数が方形波のパルス幅に比べて小さい場合、過渡現象によって図 (b) に示すような出力波形が得られます。また、図 (c) の積分回路に同様の方形波を加えた場合、回路の時定数が方形波のパルス幅に比べて大きい場合は、出力端子には図 (c) に示すような出力波形が得られます。これらの回路はパルスの波形整形に使用されます。